

Spis treści

Przedmowa do wydania pierwszego	7
Przedmowa do wydania drugiego	9
Przedmowa do wydania trzeciego	11
1 Wprowadzenie	13
1.1. Ogólna charakterystyka metod obliczeniowych	13
1.2. Syntetyczny opis metody elementów skończonych (MES)	20
1.3. Wybrane przykłady zastosowań MES	28
2 Technika MES na przykładzie analizy konstrukcji ramowych	32
2.1. Podatność i sztywność	32
2.2. Podstawowe równania pręta	35
2.3. Element ramy	40
2.3.1. Algorytm wyznaczania macierzy sztywności elementu	52
2.3.2. Podłoże typu Winklera	53
2.3.3. Kondensacja statyczna i modyfikacja macierzy sztywności	55
2.3.4. Wpływ obciążeń międzywęzłowych	57
2.4. Globalna macierz sztywności	62
2.4.1. Transformacje w układach kartezjańskich	62
2.4.2. Uwzględnianie mimośrodków	68
2.4.3. Warunki równowagi i zgodności w węzłach	71
2.4.4. Warunki brzegowe	79
2.4.5. Tablica alokacji	83
2.5. Przykład analizy statycznej ramy płaskiej	87
3 Algorytmy MES	92
3.1. Wybrane algorytmy numeryczne	92
3.2. Algorytmy ideowe	99
3.3. Algorytm użytkownika systemu	107
4 Analiza statyczna konstrukcji dwu- i trójwymiarowych	110
4.1. Elementy tarczowe	110
4.1.1. Podstawowe równania tarczy	110
4.1.2. Element prostokątny	114
4.1.3. Element trójkątny	119
4.1.4. Uogólnione parametry węzłowe	122
4.1.5. Elementy wyższych rzędów	125
4.2. Element pierścieniowy	129
4.3. Elementy trójwymiarowe	133
4.3.1. Element czworosienny	133
4.3.2. Inne elementy trójwymiarowe	137
4.4. Element płytowy	140

4.4.1.	Podstawowe równania płyty cienkiej	140
4.4.2.	Element prostokątny	145
4.4.3.	Element trójkątny	149
4.4.4.	Przykłady elementów płytowych dostosowanych	154
4.4.5.	Warunki brzegowe	157
4.5.	Elementy powłokowe	159
4.5.1.	Podstawowe równania technicznej teorii powłok cienkich mało wyniosłych	161
4.5.2.	Płaski trójkątny element powłokowy	166
4.5.3.	Prostokątny element powłoki translacyjnej	171
4.5.4.	Stożkowy element pierścieniowy	181
4.5.5.	Warunki brzegowe w powłokach	184
4.6.	Przykłady zastosowania MES	185
5	Wybrane problemy analizy elementu	194
5.1.	Koncepcja superelementu	194
5.2.	Element izoparametryczny	196
5.2.1.	Rozważania wstępne	196
5.2.2.	Szczególna postać współrzędnych naturalnych – współrzędne barycentryczne	211
5.2.3.	Zdegenerowane elementy izoparametryczne	216
5.2.3.1.	Belka Timoshenki	216
5.2.3.2.	Płyta Mindlina	220
5.2.3.3.	Element powłokowy Ahmada	223
5.2.4.	Niektóre problemy ujęcia izoparametrycznego	227
5.3.	Przykład zastosowania elementów izoparametrycznych	232
6	Metoda elementów skończonych w zagadnieniach dynamiki	235
6.1.	Równanie ruchu	235
6.2.	Macierz bezwładności	238
6.2.1.	Macierz bezwładności kratownicy	238
6.2.2.	Macierz bezwładności ramy płaskiej	239
6.2.3.	Macierz bezwładności ramy przestrzennej	240
6.2.4.	Macierz bezwładności tarczy (PSN, PSO)	241
6.2.5.	Macierz bezwładności płyty	242
6.2.6.	Macierz bezwładności bryły	243
6.2.7.	Diagonalizacja macierzy bezwładności	243
6.3.	Macierz tłumienia	243
6.4.	Drgania swobodne	244
6.5.	Redukcja liczby stopni swobody	247
6.6.	Numeryczne całkowanie równania ruchu	249
6.6.1.	Uogólniona metoda różnic skończonych	249
6.6.2.	Metoda SSPj (Zienkiewicza–Wood) ¹	254
6.6.3.	Metoda Newmarka	258
6.6.4.	Metoda Wilsona	260
6.6.5.	Metoda Houbolta	262
6.6.6.	Analiza metod numerycznego całkowania równania ruchu	264

6.7.	Superpozycja modalna	273
6.8.	Przykłady analizy dynamicznej	276
7	Podstawy analizy nieliniowej	281
7.1.	Nieliniowości w mechanice konstrukcji	281
7.2.	Metody numeryczne w analizie nieliniowej	286
7.2.1.	Metoda przyrostowa	286
7.2.2.	Metoda iteracyjna	289
7.2.3.	Metoda mieszana	296
7.2.4.	Analiza porównawcza metod	297
7.3.	Nieliniowość geometryczna w prętach	299
7.3.1.	Element kratownicy płaskiej	299
7.3.2.	Element ramy płaskiej	301
7.4.	Ścieżka równowagi	304
7.5.	Stateczność początkowa	310
7.6.	*Stateczność z udziałem sił bezwładności	315
8	Problemy przewodnictwa ciepła	321
8.1.	Analiza ustalonego przewodnictwa ciepła w ujęciu MES	321
8.2.	Zagadnienie dwuwymiarowe	325
8.3.	Zagadnienie trójwymiarowe	328
9	Inne koncepcje i ujęcia MES	331
9.1.	Ujęcie naprężeniowe i hybrydowe	331
9.1.1.	Ujęcie naprężeniowe	331
9.1.2.	Ujęcie hybrydowe	334
9.2.	Techniki adaptacyjne	336
9.2.1.	Rozważania wstępne	336
9.2.2.	Określenie i miara błędu	338
9.2.3.	Oszacowania <i>a priori</i>	340
9.2.4.	Oszacowania <i>a posteriori</i>	341
9.2.4.1.	Odtwarzanie L_2	341
9.2.4.2.	Punkty superzbieżności	343
9.2.4.3.	Koncepcja łaty	345
9.2.5.	Rozszerzenie N w wersji p z elementami hierarchicznymi	347
10	Analiza izogeometryczna w MES	353
10.1.	Wstęp	353
10.2.	Krzywe	354
10.2.1.	Krzywe B-splajn	354
10.2.2.	Krzywe NURBS	358
10.2.3.	Powierzchnie B-splajn i powierzchnie NURBS	359
10.2.4.	T-splajny	361
10.3.	Algorytm Analizy Izogeometrycznej	362
10.4.	Siatki MES i adaptacja	364
10.4.1.	Adaptacja	364
10.4.2.	Techniki adaptacji w analizie izogeometrycznej	365

10.5.	Dwuwymiarowe zadanie teorii sprężystości	367
10.5.1.	Element skończony tarczy w ujęciu izogeometrycznym	367
10.5.2.	Przykład	368
10.6.	Zastosowanie analizy izogeometrycznej w obliczaniu rozkładu temperatury	369
10.7.	Podsumowanie i wnioski	372
11	Problemy komputerowej implementacji MES	373
11.1.	Rozwiązywanie układu równań	374
11.1.1.	Rozwiązywanie metodą bezpośrednią	374
11.1.2.	Obliczanie energii	378
11.1.3.	Rozwiązywanie metodą iteracyjną	379
11.1.4.	Problemy współpracy z pamięcią zewnętrzną komputera	380
11.2.	Obliczanie wartości i wektorów własnych	382
11.2.1.	Wyznaczanie dominującej wartości własnej metodą iteracji odwrotnej	382
11.2.2.	Iteracja podprzestrzenna	383
11.3.	Generowanie siatek	384
11.3.1.	Technika prymitywów	385
11.3.2.	Technika superelementów	387
11.3.3.	Triangularyzacja	388
12	Modelowanie tworzyw i obiektów inżynierskich za pomocą MES	394
12.1.	Modelowanie fizyczne konstrukcji	395
12.2.	Modelowanie żelbetu	400
12.2.1.	Model tarczy żelbetowej	400
12.2.2.	Modele konstrukcji zginanych	402
12.2.3.	Model konstrukcji trójwymiarowych	405
12.3.	Modelowanie obszarów z różnymi stopniami swobody	407
12.3.1.	Elementy przejściowe	407
12.3.1.1.	Szeregowy element przejściowy rama-tarcza	407
12.3.1.2.	Równoległy element przejściowy rama-tarcza	411
12.4.	Nowe trendy w komputerowym modelowaniu materiałów	413
D.1	Interpolacja Lagrange'a, Serendipa i Hermita	417
D.1.1.	Interpolacja Lagrange'a	417
D.1.2.	Funkcje Serendipa	419
D.1.3.	Interpolacja Hermita	421
D.2	Całkowanie numeryczne	424
	Literatura	428