

SPIS TREŚCI

PRZEDMOWA	7
1. OPIS RÓŻNICZKOWY POLA ELEKTROMAGNETYCZNEGO	9
1.1. Równania Maxwella	9
1.2. Pola statyczne	11
1.2.1. Pole elektryczne	11
1.2.2. Pole magnetyczne	12
1.3. Pola elektromagnetyczne wolnozmienne	15
1.3.1. Wprowadzenie	15
1.3.2. Zastosowanie do obliczeń pary potencjałów $A \sim V$	15
1.3.3. Zastosowanie do obliczeń pary potencjałów $T \sim P$	17
Literatura do rozdziału 1.	19
2. WYBRANE ZAGADNIENIA Z METOD PRZYBLIŻONEJ ANALIZY PÓL ELEKTROMAGNETYCZNYCH	20
2.1. Wstęp	20
2.2. Formuły Greena	20
2.3. Metoda residuów ważonych	21
2.4. Równanie bazowe w metodzie Rayleigha-Ritza	22
2.5. Równanie bazowe w metodzie elementów skończonych	23
2.6. Równanie bazowe w metodzie elementów brzegowych	25
Literatura do rozdziału 2	25
3. METODA RAYLEIGHA-RITZA	26
3.1. Sformułowanie wariacyjne zagadnień pola elektromagnetycznego	26
3.2. Sformułowanie metody Rayleigha-Ritza	28
3.3. Metoda Rayleigha-Ritza dla warunków brzegowych niejednorodnych	30
3.3.1. Zasada superpozycji	30
3.3.2. Warunki brzegowe niejednorodne typu Dirichleta	30
3.3.3. Warunki brzegowe niejednorodne, mieszane	31
3.3.4. Warunki brzegowe naturalne	32
3.4. Przykład numeryczny	36
Literatura do rozdziału 3	37

4. METODA ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH (MES)**38**

4.1. Wstęp	IV."	38
4.1.1. Charakterystyka MES		38
4.1.2. Rys historyczny MES		38
4.2. Związek MES z metodą Ritza		39
4.3. Uogólnienie definicji elementu		39
4.4. Przykład aproksymacji MES		40
4.5. Wyprowadzenie równań MES z zasady wariacyjnej		43
4.6. Wymagania dla funkcji interpolacyjnych		45
4.7. Dyskretyzacja obszaru		49
4.8. Wprowadzenie warunków brzegowych		50
4.9. Wyprowadzenie równań MES z równania różniczkowego		52
4.9.1. Wiadomości podstawowe		52
4.9.2. Wyprowadzenie równań elementów skończonych metodą residuów ważonych — metoda Galerkina		52
4.9.3. Przykład jednowymiarowy		55
4.9.4. Przykład dwuwymiarowy		57
4.10. Elementy i funkcje interpolacyjne		61
4.10.1. Wiadomości podstawowe		61
4.10.2. Podstawowe kształty elementów		61
4.10.3. Typy węzłów		64
4.10.4. Stopnie swobody		65
4.10.5. Funkcje interpolacyjne — wielomiany		65
4.10.6. Współrzędne uogólnione i stopień wielomianu		67
4.11. Elementy o aproksymacji liniowej		69
4.11.1. Element liniowy dwuwęzłowy		69
4.11.2. Element trójkątny, trójwęzłowy		70
4.11.3. Element szczelinowy		75
4.12. Elementy o aproksymacji kwadratowej i wyższej		78
4.12.1. Podział elementów na izoparametryczne, subparametryczne i superparametryczne		78
4.12.2. Transformacja elementu z globalnego układu współrzędnych do układu lokalnego		79
4.12.3. Rodzina elementów trójkątnych		82
4.12.4. Izoparametryczny element czworokątny		86
4.12.5. Izoparametryczny element sześcienny ośmiowęzłowy		88
4.13. Procedury brzegowe w MES		94
4.13.1. Wprowadzenie		94
4.13.2. Procedury brzegowe z pierwszą tożsamością Greena		95
4.13.3. Procedury brzegowe z drugą tożsamością Greena		98
4.14. Analiza stanów nieustalonych		100
4.14.1. Wprowadzenie		100
4.14.2. Rozwiązanie numeryczne		101
4.14.3. Rozwiązanie analityczne		104
4.15. Krótka charakterystyka procedury iteracyjnego formowania i rozwiązania algebraicz- nego układu równań		106
4.15.1. Metoda nadrelaksacji		106
4.15.2. Wykorzystanie metody nadrelaksacji przy analizie MES		107
4.16. Wybrane przykłady analizy pól metodą elementów skończonych		108
4.16.1. Wprowadzenie		108
4.16.2. Pole magnetyczne o wymuszeniu magnetoelektrycznym i elektromagnetycznym w układzie współrzędnych kartezjańskich		109
4.16.3. Pole magnetyczne o wymuszeniu elektromagnetycznym w układzie współrzędnych walcowych		116

4.16.4. Aproksymacja nieliniowych charakterystyk magnesowania	119
4.16.5. Rozwiązanie układu równań algebraicznych nieliniowych	123
4.16.6. Przykłady obliczeń numerycznych	124
4.16.7. Analiza pola elektromagnetycznego metodą elementów skończonych	131
Literatura do rozdziału 4.	141

5. METODA ELEMENTÓW BRZEGOWYCH (MEB) 142

5.1. Wstęp	142
5.2. Wykorzystanie metody residuów ważonych w MEB	143
5.3. Równanie bazowe w MEB dla pól stacjonarnych	145
5.4. Równanie bazowe w MEB dla pól quasi-stacjonarnych	147
5.5. Aproksymacja elementami zerowego stopnia w MEB	148
5.5.1. Równanie macierzowe	148
5.5.2. Obliczanie współczynników w równaniu macierzowym	151
5.6. Aproksymacja elementami o stopniu wyższym od zerowego	153
5.6.1. Wprowadzenie	153
5.6.2. Elementy liniowe w zagadnieniach dwuwymiarowych	153
5.6.3. Elementy stopnia drugiego i wyższych w zagadnieniach dwuwymiarowych	157
5.6.4. Elementy w zagadnieniach trójwymiarowych	160
5.6.5. Stopień funkcji aproksymujących	168
5.7. Całkowanie numeryczne	169
5.7.1. Kwadratura Gaussa w całości krzywoliniowej	169
5.7.2. Kwadratura Gaussa w elementach trójkątnych, kwadratowych i sześciennych	170
Literatura do rozdziału 5.	171

6. ROZWIĄZYWANIE UKŁADÓW ALGEBRAICZNYCH RÓWNAŃ LINIOWYCH W METODZIE ELEMENTÓW BRZEGOWYCH I ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH 172

6.1. Wstęp	172
6.2. Rozwiązanie pełnych układów równań metodami skończonymi	172
6.2.1. Podstawy metody Gaussa	172
6.2.2. Analiza błędów numerycznych metody Gaussa	175
6.2.3. Podstawy metody Cholesky'ego-Banachiewicza	178
6.2.4. Podstawy metody Crouta	181
6.2.5. Problemy implementacji w przypadku dużych układów równań	183
6.2.6. Przykład zastosowań metody Gaussa do rozwiązywania pełnych układów równań	187
6.3. Rozwiązanie pasmowych układów równań metodami skończonymi	191
6.3.1. Niektóre właściwości pasmowych układów równań w metodzie elementu skoń- czonego	191
6.3.2. Metody pasmowe	192
6.3.3. Metody typu frontalnego	196
6.4. Rozwiązanie pasmowych układów równań liniowych metodami iteracyjnymi	201
6.4.1. Ogólna koncepcja metod iteracyjnych	201
6.4.2. Metoda iteracji prostych Jacobiego	202
6.4.3. Metoda iteracji Seidla	203
6.4.4. Metoda kolejnych nadrelaksacji	204
6.4.5. Metoda sprzężonych gradientów	205
6.4.6. Porównanie metod skończonych i iteracyjnych	207
Literatura do rozdziału 6.	208