

Spis treści

Wstęp 19

Rozdział 1. Powtórka z matematyki i klasa Math 21

Stałe matematyczne 21

Potęgowanie i pierwiastkowanie 21

Potęgowanie 21

Pierwiastkowanie 22

Rzutowanie w zakres 0 do 1 22

Potęgowanie i pierwiastkowanie w Javie 23

Logarytmy 23

Logarytm o dowolnej podstawie 23

Logarytm naturalny 24

Logarytm dziesiętny 24

Przeliczanie logarytmów 24

Logarytmy w Javie 24

Funkcje trygonometryczne 25

Miary kąta 25

Przeliczanie stopni na radiany i radianów na stopnie 27

Funkcje trygonometryczne kąta pełnego 28

Przeciwprostokątna 30

Funkcje cyklometryczne 30

Funkcje hiperboliczne 31

Inne obliczenia i metody 32

Wartości maksymalne, minimalne i absolutne 32

Zaokrąglanie liczb 33

Zaokrąglanie wyników dzielenia 34

Liczby pseudolosowe 35

Znaki liczb 35

Bezpieczne obliczenia arytmetyczne 36

Bezpieczne rzutowanie 36

Reprezentacja liczb w komputerze 36

Reszta z dzielenia 38

Metody fma 38

Zamiana ułamków dziesiętnych na zwykłe 39

Ułamek nieokresowy 39

Ułamek okresowy 39

Rozdział 2. Teoria informacji - podstawowe pojęcia 41

Różnorodność 41

Prawdopodobieństwo 43

Entropia 44

Informacja 45

Rozdział 3. Spójniki logiczne i logika zdań 47

Wprowadzenie 47

Spójniki jednoargumentowe 47

verum 47

falsum 48

assertum 48

not 49

Spójniki dwuargumentowe 49

AND 50

OR 51

NAND 51

NOR 52

XOR 53

NXOR 53

IMP 54

IMPR 55

Inne spójniki 55

ACTIV 56

DEACTIV 57

Rozdział 4. Logiki trójwartościowe 59

Algorytmy dla logiki Kleene'ego 62

Koniunkcja 62

Alternatywa 62

Rozdział 5. Operatory i obliczenia binarne 63

Liczby binarne 63

Operatory binarne 65

Operator iloczynu bitowego & 65

Operator sumy bitowej | 66

Operator bitowej różnicy symetrycznej ^ 66

Operator negacji bitowej ~ 67

Operator przesunięcia bitowego w lewo << 67

Operator przesunięcia bitowego w prawo >> 68

Operator przesunięcia bitowego w prawo z wypełnianiem zerami >>> 69

Zastosowania operacji binarnych 70

- Sprawdzanie parzystości 70

- Maskowanie binarne 70

- Włączanie bitów 71

- Wyłączanie bitów 71

- Odwracanie bitów 72

- Flagi binarne 73

Zegar binarny 75

- Kod BCD 75

- Zapis czasu 75

- Algorytm 77

Kod Graya 77

- Tworzenie kodu 77

- Konwersja liczb dziesiętnych do kodu Graya 79

- Konwersja liczb binarnych do kodu Graya 79

- Konwersja kodu Graya na liczby dziesiętne 79

- Konwersja kodu Graya na liczby binarne 80

Rozdział 6. Liczby heksadecymalne i kolory 81

- Liczby heksadecymalne 81

- Modele kolorów 83

- Modele RGB i RGBA 83

- Przestrzeń kolorów sRGB 83

- Model HSL/HSV 84

- Przestrzeń kolorów HSV/HSB 84

- Przestrzeń kolorów HSL/HSI/HSD 84

- Przestrzeń kolorów HWB 85

Palety kolorów 85

Paleta 16 kolorów nazwanych 85

Paleta Web Safe Colors 85

Rozszerzona paleta kolorów nazwanych EN 85

Paleta kolorów mających polskie nazwy 86

Paleta nazwanych kolorów HSL 86

Paleta kolorów HSL 86

Paleta kolorów nazwanych CSS 86

Przeliczenia kolorów 86

Rozdział 7. Rachunek zbiorów i kompozycja kolorów 89

Zbiór 89

Operacje na zbiorach 89

Dopełnienie zbioru 90

Suma zbiorów 90

Iloczyn zbiorów 90

Różnica zbiorów 90

Różnica symetryczna zbiorów 91

Zawieranie się zbiorów 91

Obliczenia 94

Reguły Portera-Duffa 96

AlphaComposite.CLEAR 96

AlphaComposite.DST 96

AlphaComposite.DST_ATOP 97

AlphaComposite.DST_IN 97

AlphaComposite.DST_OUT 98

AlphaComposite.DST_OVER 99

AlphaComposite.SRC 99

AlphaComposite.SRC_ATOP 99

AlphaComposite.SRC_IN 100

AlphaComposite.SRC_OUT 100

AlphaComposite.SRC_OVER 101

AlphaComposite.XOR 102

Rozdział 8. Liczby pierwsze 103

Definicja liczby pierwszej 103

Rozmieszczenie liczb pierwszych 103

Spirala Ulama 104

Spirala Archimedesesa 105

Gęstość liczb pierwszych 105

Liczba liczb pierwszych 108

Generowanie liczb pierwszych 108

Liczba pierwsza większa od n 108

Liczby pierwsze w podanym zakresie 108

Sita liczbowe 109

Liczba pierwsza Mersenne'a 110

Wzór Fermata i inne wzory 111

Specjalne liczby pierwsze 112

Liczby bliźniacze 112

Liczby czworacze 112

Liczby izolowane 112

Liczby Sophie Germain 112

Liczby lustrzane 112

Liczby palindromiczne 113

Największe liczby pierwsze 113

Ciekawe liczby pierwsze 113

Testy pierwszości 114

Małe liczby 114

Duże liczby 114

Faktoryzacja 117

Czego nie wiadomo? 118

Liczby pierwsze w naturze 118

Rozdział 9. Liczba ϕ 119

Liczba ϕ w geometrii 120

Złoty podział odcinka 120

Złoty prostokąt 121

Złota spirala 121

Złoty trójkąt 121

Pentagram 122

Liczba ϕ w architekturze 123

Liczba ϕ w sztuce 123

Apollo Belwederski 123

Liczba ϕ w muzyce 123

Liczba ϕ w naturze 125

Dłoń 125

Inne 125

Inne przykłady 126

Wątpliwości 126

Rozdział 10. Ciąg i liczby Fibonacciego 127

Definicja 127

Granica 128

Wzór Bineta 128

Wyrazy ciągu 129

n-ty wyraz ciągu 129

Wyraz ciągu większy od n 129

Wyraz ciągu mniejszy od n 129

Wyrazy ciągu pomiędzy min i max 130

Czy n jest wyrazem ciągu? 130

Proporcje liczb 131

Najważniejsze właściwości 132

Właściwość 1. 132

Właściwość 2. 133

Właściwość 3. 134

Właściwość 4. 134

Właściwość 5. 135

Właściwość 6. 135

Właściwość 7. 135

Właściwość 8. 136

Właściwość 9. 136

Właściwość 10. 136

Właściwość 11. 136

Właściwość 12. 136

Właściwość 13. 136

Właściwość 14. 137

Inne właściwości 138

Trochę zabawy 138

Zastosowania i występowanie 138

Kwadraty Fibonacciego 138

Spirala Fibonacciego 138

Ciąg Fibonacciego w systemie dwójkowym 139

Liczby Rahaba 139

Wśród błonkówek 142

Rozmnażanie królików 143

Pędy boczne na pędzie głównym 143

Więcej biologii 144

Muzyka 145

Literatura 145

Ekonomia 147

Informatyka 147

Rozdział 11. Kombinatoryka i rachunek prawdopodobieństwa 149

Silnia 149

Wzór przybliżony 150

Symbol Newtona 150

Rozkład dwumianowy 151

Rzut 1 monetą 151

Rzut 2 monetami 151

Rzut 3 monetami 152

Rzut 4 monetami 153

Rzut n monetami 153

Dwumiany Newtona 153

Dwumiany 153

Dwumiany Newtona 154

- Szereg Newtona 155
- Inne dwumiany 155
- Przykłady 155
- Trójkąt Pascala 156
 - Właściwości 156
 - Współczynniki rozwinięcia 159
- Schemat Bernoulliego 160
- Wzór Bernoulliego 161
 - Prawdopodobieństwo wyrzucenia 161
 - Wzór Bernoulliego 163
 - Przykłady 163
 - Zastosowania 165
- Kombinacje, wariacje i permutacje 167
 - Kombinacje 167
 - Wariacje 169
 - Permutacje 170
 - Co wybrać? 172
- Liczby Stirlinga 173
 - Liczby Stirlinga II rodzaju 173
 - Liczby Stirlinga I rodzaju 175
- Liczby Eulera 177
 - Liczby Eulera I rzędu 177
 - Liczby Eulera II rzędu 178
- Liczby Bernoulliego 181
- Partycje 182
 - n jako suma dokładnie k liczb naturalnych 182
 - n jako suma co najwyżej k liczb naturalnych 183

n jako suma liczb naturalnych 184

Inwersje 186

Liczby Catalana 186

Liczba dróg 187

Liczba rozmieszczeń nawiasów 189

Liczba podziałów na trójkąty 190

Liczba monotonicznych dróg 190

Liczba drzew binarnych 191

Liczby Bella 193

Naszyjniki i bransoletki 194

Liczby względnie pierwsze 194

Funkcja φ Eulera 195

Naszyjniki i bransoletki 197

Kule i urny 200

Rozmieszczenie 8. 206

Uwagi 207

Wybrane zagadnienia rachunku prawdopodobieństwa 208

Uogólniony wzór Bernoulliego 208

Wzór Pascala 208

Wzór Poissona 209

Losowanie bez zwracania 210

Rozdział 12. Statystyka - praca z danymi 213

Dane 213

Porządkowanie danych 213

Szereg rozdzielczy jednostopniowy 213

Szereg rozdzielczy wielostopniowy 214

Wykresy danych 216

Histogram 216

Wykres kołowy 218

Wykres liniowy 218

Inne wykresy 220

Porównanie danych 220

Ocena danych 221

Min, max, rozstęp 222

Suma 222

Wskaźnik struktury 222

Wskaźnik natężenia 223

Średnia arytmetyczna 223

Dominanta (moda) 224

Percentyle 225

Wariancja 226

Odchylenie standardowe 228

Współczynnik zmienności 228

Momenty średniej 229

Inne współczynniki 231

Rozdział 13. Wskaźniki różnorodności i podobieństwa 233

Wskaźnik Margalefa 233

Wskaźnik Simpsona 234

Wskaźnik Shannona-Wienera 235

Wskaźnik Pielou 236

Wskaźnik Jaccarda 237

Wskaźnik Sorensona 238

Wersja 1. 238

Wersja 2. 239

Wskaźnik Euklidesa 240

Rozdział 14. Równania prostej 241

Postać ogólna 241

Postać kierunkowa 242

Praca z obiektem Line 243

Równoległość prostych 245

Odległość prostych równoległych 245

Prostopadłość prostych 246

Kąt między prostymi 247

Punkt przecięcia prostych 248

Odległość punktu od prostej 249

Prosta równoległa do danej prostej przechodząca przez punkt 250

Prosta prostopadła do danej prostej przechodząca przez punkt 251

Wyznaczanie punktów na prostej 252

Rozdział 15. Wektory 253

Skalary 253

Wektory dwuwymiarowe 2d 253

Wektory wierszowe i kolumnowe 253

Transpozycja 254

Współrzędne kartezjańskie a biegunowe 254

Długość wektora 255

Kąt wektora 256

Dodawanie wektorów 256

Odejmowanie wektorów 257

Skalowanie wektora 257

Normalizacja wektora 258

Iloczyn skalarny wektorów 258

Normalna wektora 259

Kąt między wektorami 260

Iloczyn wektorowy 260

Wektory 3d 261

Wektory n-wymiarowe 261

Rozdział 16. Macierze 263

Klasa Matrix 263

Użycie konstruktorów 263

Typy macierzy 264

Macierz zerowa 264

Macierz jednostkowa 265

Macierze wektorowe 265

Macierz kwadratowa 265

Właściwości macierzy 266

Stopień macierzy 266

Równość macierzy 266

Operacje na macierzach 266

Dodawanie macierzy 266

Odejmowanie macierzy 267

Mnożenie skalarne 267

Mnożenie macierzy 267

Obliczanie wyznacznika 270

Transpozycja macierzy 275

Dzielenie macierzy 275

Macierz odwrotna 276

Rozwiązanie prostego równania 280

Rozdział 17. Przekształcenia afiniczne 283

Translacja 284

Skalowanie 285

Obrót 286

Obrót względem punktu $(0, 0)$ 286

Odbicie 289

Odbicie względem osi X 289

Odbicie względem osi Y 290

Odbicie względem osi X i osi Y 290

Odbicie względem prostej przechodzącej przez $P(0, 0)$ 290

Przekrzywienie (pochylenie) 292

Przekrzywienie wzdłuż osi X 292

Przekrzywienie względem osi Y 292

Przekształcenia złożone 293

Obrót względem dowolnego punktu 294

Obrót w miejscu 295

Skalowanie w miejscu 297

Odbicie względem dowolnej prostej 299

Przekrzywienie względem środka ciężkości figury 301

Składanie macierzy przekształceń 301

Rozdział 18. Funkcje 307

Algorytmy 307

Pojęcie funkcji 307

Zbiory 307

Relacje 308

Funkcje 309

Rodzaje funkcji 310

Funkcje algebraiczne 310

Funkcje przestępne 311

Postaci funkcji 312

Funkcja jednej zmiennej 312

Funkcja wielu zmiennych 312

Funkcja wyraźna 312

Funkcja uwikłana 312

Funkcja w postaci parametrycznej 312

Wykresy funkcji 313

Symetria wykresów 313

Funkcje rosnące albo malejące 313

Funkcje okresowe 315

Funkcje ograniczone i nieograniczone 315

Funkcja różnowartościowa 317

Funkcje wzajemnie odwrotne 317

Funkcje złożone 319

Ciągi liczbowe 319

Moduł liczby 320

Granica ciągu 320

Granica ciągu nieskończonego 320

Ciągi zbieżne i rozbieżne 321

Twierdzenia o granicach ciągów 323

Działania na ciągach zbieżnych 323

Twierdzenia o ciągach zbieżnych 323

Liczba e 324

Granica funkcji w punkcie 324

Granica lewostronna i prawostronna 324

Granice niewłaściwe 325

Twierdzenia o granicach 326

Granica wielomianu 327

Granica funkcji wymiernej 327

Ciągłość funkcji 327

Ciągłość funkcji w punkcie i w przedziale 327

Własności funkcji ciągłych 328

Rozdział 19. Wielomiany i równania wielomianowe 329

Wyrażenie algebraiczne 329

Wartość liczbową wyrażenia 329

Jednomian 329

Współczynnik liczbowy wielomianu 329

Stopień jednomianu 330

Liczba zmiennych 330

Jednomiany podobne 330

Działania na jednomianach 330

Dwumian 332

Trójmian 332

Wielomian 333

Wzory skróconego mnożenia 333

Wielomian stopnia n jednej zmiennej 333

Redukcja jednomianów podobnych 334

Porządkowanie wielomianu 335

Działania na wielomianach 335

Dodawanie wielomianów 335

Odejmowanie wielomianów 336

Mnożenie wielomianu przez liczbę 336

Mnożenie wielomianu przez wielomian 336

Dzielenie wielomianu przez wielomian 337

Schemat Hornera 338

Algorytm Hornera (dzielenie wielomianu przez dwumian) 338

Reszta z dzielenia przez dwumian 340

Schemat Hornera (obliczanie wartości wielomianu) 340

nwd wielomianów 341

Pochodna wielomianu 341

Pierwiastki wielomianu 341

Pierwiastek wielomianu 341

Rozkładanie wielomianu na czynniki 343

Równanie kwadratowe 343

Postać ogólna 343

Wyróżnik równania kwadratowego 344

Pierwiastki równania kwadratowego 344

Postać kanoniczna 344

Postać iloczynowa 344

Wzory Viete'a 344

Przykłady 345

Równanie sześcienné 346

Postać ogólna 346

Wyróżnik równania sześciennego 347

Wzory Viete'a 349

Równanie sześcienne 2 349

Współczynnik $h > 0$ 349

Współczynnik $h = 0$ 350

Współczynnik $h < 0$ 350

Równania 4. stopnia 351

Postać ogólna 351

Wyróżniki i pierwiastki 351

Wzory Viete'a 353

Rozdział 20. Liczby zespolone 355

Równość liczb zespolonych 356

Układ współrzędnych 356

Postać algebraiczna 356

Dodawanie 356

Odejmowanie 358

Mnożenie 358

Sprzężenie 359

Dzielenie 359

Moduł 360

Argument 360

Postać trygonometryczna 361

Mnożenie 361

Dzielenie 361

Potęgowanie 363

Pierwiastkowanie 363

Odwrotność $1/n$ 364

Reprezentacja macierzowa 365

Dodawanie 365

Odejmowanie 365

Mnożenie 366

Transpozycja, sprzężenie 366

Wyznacznik macierzy, moduł liczby 366

Argument 366

Wektory własne macierzy 366

Interpretacja transformacyjna 366

Rozdział 21. Wykresy niektórych krzywych 367

Asteroida 367

Rozeta czterolistna 368

Spirala Archimedesza 369

Kardioida 370

Krzywa Lissajous 370

Epicykloida 372

Epitrochoida 372

Hipocykloida 375

Hipotrochoida 376

Elipsa 378

Inne krzywe 378

Rozdział 22. Krzywe Béziera 381

Wielomiany Bernsteina 381

Definicja 381

Obliczenia 381

Algorytm 385

Właściwości 386

Inne sposoby obliczania 386

Pochodne 387

Krzywa Béziera 1. stopnia 388

Krzywa Béziera 2. stopnia 389

Tworzenie krzywej 389

Obliczenia 390

Algorytm 390

Postać macierzowa 391

Inna definicja 392

Krzywa Béziera 3. stopnia 394

Obliczenia 394

Algorytm 395

Postać macierzowa 395

Inna definicja 397

Wykresy krzywych Béziera 2. i 3. stopnia 398

Krzywa 2. stopnia 398

Krzywa 3. stopnia 399

Krzywe Béziera wyższych stopni 400

Algorytm 401

Wykres 401

Podwyższanie stopnia krzywej 402

Algorytm 402

Wykres 402

Właściwości krzywych Béziera 403

Właściwość 1. 403

Właściwość 2. 403

Właściwość 3. 403

Właściwość 4. 403

Właściwość 5. 404

Właściwość 6. 404

Właściwość 7. 404

Właściwość 8. 410

Właściwość 9. 411

Właściwość 10. 411

Właściwość 11. 411

Właściwość 12. 411

Algorytm de Casteljau 411

Obliczenie położenia punktu na krzywej dla danego t 412

Podział krzywej na dwie krzywe 414

Gładkie połączenie dwóch krzywych 416

Wymierne krzywe Béziera 417

Definicja 418

Funkcje bazowe wymiernych krzywych Béziera 418

Wymierne krzywe Béziera 2. stopnia 421

Algorytm 421

Wykresy 421

Wymierne krzywe Béziera 3. stopnia 422

Algorytm 423

Wykres 423

Wymierne krzywe Béziera n -tego stopnia 423

Algorytm 423

Wykres 423

Właściwości wymiernych krzywych Béziera 424

Właściwość 1. 424

Właściwość 2. 424

Właściwość 3. 424

Właściwość 4. 424

Właściwość 5. 425

Właściwość 6. 425

Właściwość 7. 425

Właściwość 8. 425

Właściwość 9. 425

Właściwość 10. 425

Właściwość 11. 425

Właściwość 12. 425

Właściwość 13. 425

Właściwość 14. 425

Rozdział 23. Teoria gier 427

Podstawowe pojęcia 427

Teoria gier 427

Gracz 427

Gra 427

Strategia 427

Decyzja 428

Wypłata 428

Macierz wypłat 429

Gra z sumą zerową 429

Punkt siodłowy 429

Strategia czysta 432

Strategia mieszana 432

Strategia dominująca 434

Podgra 436

Cena gry 437

Rozwiązywanie gier 2×2 439

Przykład 440

Rozwiązywanie gier $2 \times m$ i $n \times 2$ 441

Przykład 1. 442

Przykład 2. 444

Graficzne rozwiązywanie gier $2 \times m$ i $n \times 2$ 447

Przykład 1. 447

Przykład 2. 448

Rozwiązywanie gier $m \times n$ 449

Gry z naturą 449

Sformułowanie problemu 449

Gdy znamy prawdopodobieństwa stanów natury 450

Gdy nie znamy prawdopodobieństw stanów natury 451

Rozdział 24. Automaty komórkowe 455

Automaty komórkowe 1-wymiarowe 455

Ewolucja w czasie 458

Automaty komórkowe 2-wymiarowe 461

Sąsiedztwo von Neumanna 461

Sąsiedztwo Moore'a 461

Warunki brzegowe 461

Gra "Life" Conwaya 461

Mrówka Langtona 465

Cechy szczególne 465

Inne warianty 465

"Ruch drogowy" Nagela-Schreckenberga 467

Rozdział 25. Chaos i fraktale 469

Typy fraktali 469

Samopodobieństwo 470

Wymiar topologiczny 470

Wymiar podobieństwa 471

Wymiar podobieństwa figur płaskich 471

Wymiar podobieństwa brył 471

Wymiar podobieństwa obiektów n-wymiarowych 472

Wymiar fraktalny 472

Wymiar Minkowskiego 472

Odcinek 472

Kwadrat 473

Inne wymiary 473

Zbiór Cantora 473

Krzywa Kocha 475

Płatek Kocha 477

Smok Heighwaya 477

Supersmok 478

Trójkąt Sierpińskiego 480

Trójkąt Sierpińskiego metodą losową 480

Paproć Barnsleya 481

Fraktal Julii 483

Opis 483

Fraktal Mandelbrota 485

Płonący statek 485

L-system 487

Krzywa Kocha 489

Płatek Kocha 490

Zbiór Cantora 491

Trójkąt Sierpińskiego 491

Gałązka 492

Krzywa Hilberta 493

Smok Levy'ego 493

Modyfikacja krzywej Kocha 494

Pentadendryt 494

Gałązka 2 495

Kółeczka 495

Fraktale w przyrodzie 496

Zastosowania wymiaru Minkowskiego 497

Mierzenie kształtów 497

Wymiar Minkowskiego 499

Równania regresji na podstawie próby 499

Atraktor Lorenza 501

Opis 501

Fraktale Lapunowa 502

Równanie Malthusa 502

Analogowe równanie logistyczne (model Verhulsta) 504

Dyskretne równanie logistyczne 507

Drzewo Feigenbauma 509

Wykładnik Lapunowa 511

Fraktale Lapunowa 511

Rozdział 26. Obliczenia związane z dietami 515

BMI 515

WHR i typ otyłości 516

Stan odżywienia 516

Zakres wag 518

Nadwaga 518

Tryb życia 518

Budowa ciała 519

Zapotrzebowanie energetyczne 519

Energia podstawowa 519

Energia aktywności 519

Energia związana z wiekiem 519

Energia związana z budową ciała 520

Energia optymalna 520

Odchudzanie 520

Wartość energetyczna pokarmów 520

Nadwyżka energetyczna (kalorii) 520

Szybkość odchudzania i energia diety 521

Czas odchudzania 521

Skład diety 521

Przykład 522

Rozdział 27. Liczby w języku Java 523

Prymitywne typy danych 523

Zmienne typów prymitywnych 524

Obiektowe typy danych 524

Typy zmiennych 525

Przekazywanie zmiennych 526

Wartości domyślne zmiennych 526

Tablice 527

Typy wyliczeniowe 527

Równość zmiennych 527

Modyfikatory 528

Modyfikatory dostępu 528

final 528

static 528

transient 528

volatile 529

Dostęp w module 529

Operatory 529

Operator * oraz / 529

Operatory + i - 530

Operator % (modulo) 530

Bitowe operatory logiczne & | ^ 530

Operatory przypisania 530

Konwersja typów 531

Konwersja ukryta prymitywnych typów danych 531

Konwersja ukryta obiektowych typów danych 534

Konwersja jawna 535

Typy otoczkowe 535

Autoboxing 537

Dokładność typów float i double 537

Błędy zaokrąglania 537

Błędy reprezentacji 538

Liczby typu float 538

Liczby typu double 540

Zapobieganie niedokładności 541

Kod uzupełnień do 2 541

Zamiana liczb na bity i odwrotnie 541

Kod uzupełnień do 2 542

Tworzenie liczby przeciwnej 544

Dodawanie 544

Odejmowanie 544

Mnożenie 545

Dzielenie 545

Rozdział 28. Odkrywanie prawdy o świecie 547

Ile wody mieściło "morze" Salomona? 547

Rachunek prawdopodobieństwa 549

Rozmieszczenie R111 549

Rozmieszczenie R011 550

Rozmieszczenie R101 552

Rozmieszczenie R001 553

Entropia 553

Stan wyjściowy 554

Gdy urna może pomieścić tylko jedną kulę 558

Gdy urna może pomieścić co najwyżej r kul 559

Rozdział 29. Paradoksy 563

Paradoks Russella: Golibroda 563

Sformułowanie problemu 563

Rozwiązanie problemu 564

Paradoks: Jestem kłamcą 565

Sformułowanie problemu 565

Rozwiązanie 565

Paradoks: Pan Bóg i kamień 566

Sformułowanie problemu 566

Rozwiązanie 566

Paradoks z sakiewkami 567

Sformułowanie problemu 567

Rozwiązanie 569

Paradoks Monty'ego Halla 569

Sformułowanie problemu 569

Rozwiązanie 1. (błędne) 570

Rozwiązanie 2. (prawidłowe) 571

Paradoks Gibbsa 573

Sformułowanie problemu 573

Rozwiązanie problemu 576