

## SPIS TREŚCI

|                                                                                                              |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Wstęp</b> .....                                                                                           | 7  |
| <b>Wykład 1. Rachunek zbiorów</b> .....                                                                      | 9  |
| 1.1. Pojęcie zbioru.....                                                                                     | 9  |
| 1.2. Działania (operacje) na zbiorach.....                                                                   | 13 |
| 1.3. Pojęcia podziału i pokrycia zbioru.....                                                                 | 15 |
| Zadania do Wykładu 1.....                                                                                    | 17 |
| <b>Wykład 2. Iloczyn kartezjański zbiorów. Relacje na zbiorach</b> .....                                     | 19 |
| 2.1. Iloczyn (produkt) kartezjański zbiorów.....                                                             | 19 |
| 2.2. Relacja binarna.....                                                                                    | 21 |
| 2.3. Reprezentacja relacji binarnych na zbiorach skończonych<br>za pomocą grafów i macierzy.....             | 26 |
| 2.4. Typowe działania (operacje) na relacjach.....                                                           | 28 |
| 2.5. Pojęcie relacji n-lokalnej.....                                                                         | 29 |
| Zadania do Wykładu 2.....                                                                                    | 30 |
| <b>Wykład 3. Funkcje. Relacja równoważności</b> .....                                                        | 33 |
| 3.1. Funkcje (relacje funkcyjne).....                                                                        | 33 |
| 3.2. Rodzaje funkcji.....                                                                                    | 36 |
| 3.3. Relacja równoważności.....                                                                              | 40 |
| Zadania do Wykładu 3.....                                                                                    | 41 |
| <b>Wykład 4. Relacje porządkujące</b> .....                                                                  | 43 |
| 4.1. Relacja porządku częściowego.....                                                                       | 43 |
| 4.2. Relacja porządku liniowego.....                                                                         | 46 |
| 4.3. Relacja silnego porządku.....                                                                           | 48 |
| 4.4. Relacja silnego porządku liniowego.....                                                                 | 48 |
| 4.5. Największy i najmniejszy element w zbiorze. Supremum i infimum<br>częściowo uporządkowanego zbioru..... | 49 |
| 4.6. Relacja dobrego porządku.....                                                                           | 51 |
| Zadania do Wykładu 4.....                                                                                    | 51 |

|                                                                                                                |           |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Wykład 5. Systemy algebraiczne.....</b>                                                                     | <b>53</b> |
| 5.1. Operacje (działania) algebraiczne.....                                                                    | 53        |
| 5.2. Definicja systemu algebraicznego. Struktura algebraiczna<br>i system relacyjny.....                       | 55        |
| 5.3. Groupoid. Półgrupa. Grupa. Podgrupa.....                                                                  | 56        |
| 5.4. Izomorfizm systemów algebraicznych.....                                                                   | 61        |
| Zadania do Wykładu 5.....                                                                                      | 62        |
| <b>Wykład 6. Pierścienie jako struktury algebraiczne. Algebra Boole'a .....</b>                                | <b>65</b> |
| 6.1. Pierścienie jako struktury algebraiczne.....                                                              | 65        |
| 6.2. Zastosowanie teorii pierścieni.....                                                                       | 70        |
| 6.3. Algebra Boole'a.....                                                                                      | 70        |
| Zadania do Wykładu 6.....                                                                                      | 74        |
| <b>Wykład 7. Relacja równoliczności zbiorów. Liczby kardynalne .....</b>                                       | <b>77</b> |
| 7.1. Pojęcie relacji równoliczności zbiorów. Liczby kardynalne.....                                            | 77        |
| 7.2. Zbiory przeliczalne.....                                                                                  | 78        |
| 7.3. Zbiory nieprzeliczalne.....                                                                               | 80        |
| 7.4. Twierdzenie Cantora-Bernsteina. Porównywalność liczb<br>kardynalnych.....                                 | 82        |
| Zadania do Wykładu 7.....                                                                                      | 84        |
| <b>Wykład 8. Wprowadzenie do logiki. Klasyczna logika zdań jako<br/>    podstawa logiki matematycznej.....</b> | <b>87</b> |
| 8.1. Wprowadzenie do logiki.....                                                                               | 87        |
| 8.2. Klasyczna logika zdań. Zdanie i jego matematyczna formalizacja ...                                        | 91        |
| 8.3. Operacje logiczne na zdaniach.....                                                                        | 93        |
| Zadania do Wykładu 8.....                                                                                      | 97        |
| <b>Wykład 9. Język rachunku zdań. Metoda zero-jedynkowa sprawdzania<br/>    tautologiczności wyrażeń.....</b>  | <b>99</b> |
| 9.1. Pojęcie języka formalnego. Procedury formalizacji i interpretacji ....                                    | 99        |
| 9.2. Język rachunku zdań.....                                                                                  | 102       |

|                                                                                |            |
|--------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 9.3. Formuły logiki zdań jako funkcje zmiennych zdaniowych.....                | 106        |
| 9.4. Rodzaje formuł logiki zdań.....                                           | 106        |
| 9.5. Metoda zero-jedynkowa sprawdzania tautologiczności wyrażeń. . . .         | 108        |
| 9.6. Formuły logicznie równoważne.....                                         | 109        |
| Zadania do Wykładu 9.....                                                      | 110        |
| <b>Wykład 10. Reguły wnioskowania w klasycznej logice zdań.</b>                |            |
| <b>Logika zdań jako formalny system aksjomatyczny.....</b>                     | <b>113</b> |
| 10.1. Pojęcie wnioskowania. Formalizacja wnioskowań. Schemat wnioskowania..... | 113        |
| 10.2. Typowe reguły wnioskowania.....                                          | 115        |
| 10.3. Teoria jako najbardziej rozwinięta forma wiedzy. Rodzaje teorii...       | 117        |
| 10.4. Formalne systemy aksjomatyczne.....                                      | 120        |
| 10.5. Logika zdań jako formalny system aksjomatyczny.....                      | 122        |
| Zadania do Wykładu 10.....                                                     | 124        |
| <b>Wykład 11. Funkcje logiczne. Elementy algebry logicznej.....</b>            | <b>127</b> |
| 11.1. Pojęcie zmiennej logicznej i funkcji logicznej.....                      | 127        |
| 11.2. Niektóre własności funkcji logicznych.....                               | 130        |
| 11.3. Algebry logiczne.....                                                    | 132        |
| 11.4. Zastosowanie algebry dwójkowej Boole'a.....                              | 135        |
| Zadania do Wykładu 11.....                                                     | 135        |
| <b>Wykład 12. Elementy logiki nazw.....</b>                                    | <b>139</b> |
| 12.1. Zakres i znaczenie nazwy.....                                            | 139        |
| 12.2. Klasyfikacja nazw.....                                                   | 141        |
| 12.3. Relacje między nazwami.....                                              | 143        |
| 12.4. Operacje na nazwach.....                                                 | 148        |
| Zadania do Wykładu 12.....                                                     | 156        |
| <b>Wykład 13. Elementy logiki predykatów.....</b>                              | <b>159</b> |
| 13.1. Definicje i własności predykatów.....                                    | 159        |
| 13.2. Rodzaje predykatów. Zbiór prawdziwości predykatu.....                    | 160        |

|                                                                          |            |
|--------------------------------------------------------------------------|------------|
| 13.3. Operacje logiczne na predykatach.....                              | 163        |
| 13.4. Operacje kwantyfikatorowe na predykatach.....                      | 165        |
| 13.5. Kwadrat logiczny.....                                              | 169        |
| Zadania do Wykładu 13.....                                               | 171        |
| <b>Wykład 14. Logika predykatów jako formalny system aksjomatyczny.</b>  |            |
| <b>Podstawowe pojęcia teorii mnogości w języku logiki</b>                |            |
| <b>predykatów.....</b>                                                   | <b>173</b> |
| 14.1. Logika predykatów jako formalny system aksjomatyczny.....          | 173        |
| 14.2. Podstawowe pojęcia teorii mnogości w języku logiki predykatów. 178 |            |
| Zadania do Wykładu 14.....                                               | 181        |
| <b>Wykład 15. Wprowadzenie do teorii zbiorów rozmytych i logiki</b>      |            |
| <b>rozmytej.....</b>                                                     | <b>183</b> |
| 15.1. O podejściu rozmytym w matematyce i logice.....                    | 183        |
| 15.2. Zbiory rozmyte. Operacje na zbiorach rozmytych.                    |            |
| Algebra zbiorów rozmytych.....                                           | 184        |
| 15.3. Odległości między zbiorami rozmytymi. Relacje rozmyte.....         | 189        |
| 15.4. Zdania rozmyte. Operacje logiczne na zdaniach rozmytych.....       | 191        |
| 15.5. Zmienna rozmyta i zmienna lingwistyczna.....                       | 193        |
| Zadania do Wykładu 15.....                                               | 194        |
| <b>Słownik.....</b>                                                      | <b>197</b> |
| <b>Bibliografia.....</b>                                                 | <b>203</b> |