

Spis treści

Stowo wstępne	XIII
-------------------------	------

Podziękowania	XVII
-------------------------	------

I Podstawy: układy wielocząstkowe jako gazy kwantowe	1
---	----------

1. Przedmiot rozważań i podstawowe własności kwantowe: omówienie jakościowe	3
1.1. Czym zajmuje się ta dziedzina?	3
1.1.1. Uwaga: emergentność w prawach Przyrody.	5
1.2. Kwantowa natura gazu bozonów i fermionów.	6
1.3. Skąd bierze się gaz idealny? (opis jakościowy).	7
1.4. Elementarna mechanika kwantowa: „wyprowadzenie” równania Schrödingera i kwantowanie stanów w gazie idealnym	9
1.5. Kwantowanie geometryczne wektora falowego (pędu) fal materii i wybór warunków brzegowych.	13
1.6. Gęstość stanów jednocząstkowych w gazie idealnym.	17
1.7. Podział cząstek na bozony i fermiony.	20
1.8. Uwaga: uogólnienie koncepcji symetrii względem przestawień cząstek	22
1.9. Uzupełnienie: gęstość stanów dla d -wy miarowego gazu	23
1.10. Uwaga o koherencji kwantowej nieoddziałujących cząstek i fizycznej realizowalności symetrii względem przestawień pary cząstek	24
1.11. Przypomnienie: skala atomowa	26
2. Gaz idealny fermionów: podstawowe charakterystyki i ograniczenia	28
2.1. Energia Fermiego i podstawowe własności fizyczne	28
2.1.1. Uwaga: mały wkład gazu elektronowego do ciepła właściwego	31
2.2. Granica niezależności cząstek	32
2.3. Kryterium lokalizacji Motta-Wignera	33
2.4. Wpływ ruchów termicznych na własności gazu fermionów - elementarne oszacowania	35
2.4.1. Ciepło właściwe.	35
2.4.2. Rozpraszanie elektronów wskutek ich wzajemnego oddziaływania	36
2.5. Spinowa podatność magnetyczna: paramagnetyzm Pauliego.	38

2.6.	Uzupełnienie 1: liniowy współczynnik ciepła właściwego dla dowolnej zależności ϵ od masy efektywnej m^* .	41
2.7.	Uzupełnienie 2: własności magnetyczne układu niezależnych spinów zlokalizowanych.	42
2.8.	Uwaga: granica spinów klasycznych.	43
3.	Rozkład statystyczny Fermiego-Diraca dla gazu fermionów w temperaturze T_0.	45
3.1.	Gęstość stanów i energia układu dla $T = 0$: podejście ogólne.	45
3.2.	Rozkład statystyczny Fermiego-Diraca.	47
3.3.	Energia wewnętrzna i entropia gazu fermionów.	52
3.4.	Gaz Fermiego cząstek dla $T > 0$.	53
3.5.	Uzupełnienie 1*: rozwinięcie niskotemperaturowe dla fermionów o dowolnej gęstości stanów.	55
3.6.	Uzupełnienie 2*: wyprowadzenie rozkładu Fermiego bez odniesienia się do wzoru Stirlinga.	59
3.7.	Uzupełnienie 3*: jednolite wyprowadzenie rozkładów Fermiego-Diraca i Bosego-Einsteina.	60
4.	Gazy kwantowe w działaniu: fermiony.	63
4.1.	Ciekły ^3He oraz ^4He : kanoniczny przypadek cieczy fermionów i bozonów.	63
4.2.	Ciekły ^3He jako gaz kwantowy.	65
4.3.	Relatywistyczny gaz fermionów w astrofizyce.	67
4.3.1.	Biały karzeł.	68
4.3.2.	Pulsar jako kula gazowa neutronów.	69
4.3.3.	Jonizacja helu w białym karle jako przejście Motta.	69
4.4.	Elektrony w metalu jako gaz idealny fermionów.	70
4.5.	Statystyka elektronów i dziur w półprzewodniku samoistnym.	70
4.6.	Statystyka elektronów w półprzewodnikach domieszkowanych: korekta rozkładu Fermiego-Diraca.	75
4.7.	Korekta rozkładu Fermiego dla podwójnie obsadzonych donorów/akceptorów.	78
4.7.1.	Uwaga: donory dwuelektronowe.	79
4.7.2.	Statystyka stanów akceptorowych.	80
5.	Własności gazu bozonów i kondensacja Bosego-Einsteina.	82
5.1.	Statystyka kwantowa cząstek bezmasowych: fotony i fonony – wyprowadzenie kwaziklasyczne w obu przypadkach.	82
5.1.1.	Uwaga historyczna.	83
5.1.2.	Średnia liczba kwantów w stanie równowagi termodynamicznej.	84
5.1.3.	Gęstość stanów energii drgań.	86
5.1.4.	Uwaga 1: niestosowność koncepcji ciągłego rozkładu promieniowania.	87
5.1.5.	Własności termodynamiczne gazu bozonów bezmasowych.	88
5.2.	Drgania harmoniczne sieci monoatomowej i ich kwantowanie.	90
5.2.1.	Uwaga 2: wybór rozwiązania w postaci fal płaskich.	92
5.2.2.	Uwaga 3: drgania w przybliżeniu ośrodka ciągłego.	92
5.2.3.	Uwaga 4: kwantowanie drgań sieci – fonony (ujęcie jakościowe).	93

5.2.4.	Przypomnienie: pierwsza strefa Brillouina dla fal sieciowych raz jeszcze	93
5.3.	Drgania sieci dwuatomowej naprzemiennej	94
5.3.1.	Uwaga 5: gęstość stanów fononowych dla łańcucha monoatomowego	96
5.3.2.	Uwaga 6: uogólnienie drgań sieci na trzy wymiary przestrzenne....	97
6.	Gazy kwantowe w działaniu: bozony	98
6.1.	Rozkład Bosego-Einsteina dla cząstek materialnych	98
6.2.	Gaz idealny bozonów - termodynamika	100
6.3.	Kondensacja Bosego-Einsteina w gazie idealnym	102
6.4.	Dokładniejsza analiza wzoru (6.23) na liczbę cząstek	106
6.5.	Równanie falowe dla słabo oddziałującego skondensowanego gazu Bosego	107
6.6.	Kondensat atomowy w pułapce atomowej	109
6.7.	Uzupełnienie 1: kwantowanie poziomów energetycznych oscylatora harmonicznego	112
6.8.	Uzupełnienie 2: kwantowanie drgań harmoniczných sieci atomowej - podejście formalne	115
7.	Dynamika kwaziklasyczna elektronów w gazie: przewodnictwo elektryczne i klasyczny efekt Halla	118
7.1.	Opór elektryczny: definicje, podstawowe własności	118
7.2.	Oporność właściwa: kilka charakterystyk (jakościowych)	120
7.2.1.	Przykład: Cu (1 elektron przewodnictwa na atom)	120
7.3.	Uwagi o oporze elektrycznym	121
7.4.	Dynamika ruchu elektronów w polach E i B	121
7.5.	Klasyczny efekt Halla	123
7.5.1.	Interpretacja klasycznego efektu Halla	124
7.6.	Przewodnictwo zależne od częstości	125
7.7.	Uzupełnienie 1: oszacowanie temperaturowej zależności oporności elektrycznej	127
8.	Elektrony w silnym polu magnetycznym	129
8.1.	Kwantowanie Landaua poziomów cząstki w polu magnetycznym	129
8.2.	Gęstość stanów dla poziomów Landaua	133
8.3.	Transport ładunku w gazie dwuwymiarowym - uwagi ogólne	134
8.4.	Kwantowy efekt Halla	137
8.5.	Diamagnetyzm Landaua gazu elektronowego	140
8.6.	Efekt de Haasa-van Alphen dla gazu dwuwymiarowego: granica silnego pola magnetycznego	143
8.7.	Uzupełnienie 1: pęd całkowity cząstki o ładunku q w polu magnetycznym	148
8.8.	Ważna uwaga: niezgodność funkcji falowej dla cząstek w gazie dla $H_a = 0$ ze stanami Landaua dla $H_a \neq 0$	148
8.9.	Uwagi końcowe do części I	149
II	Własności jednocząstkowe na sieci: ciała stałe	151
9.	Funkcje falowe Blocha elektronu w sieci krystalicznej (prostej)	153
9.1.	Twierdzenie Blocha	153

9.2. Warunki brzegowe dla funkcji Blocha: kwantowanie k i jego interpretacja . . .	157
9.2.1. Interpretacja 1: fik jako kwazipęd.	158
9.2.2. Interpretacja 2: liczba stanów w strefie Brillouina i w paśmie.	159
9.3. Uzupełnienie 1: sumy sieciowe.	160
9.4. Uzupełnienie 2: sieć odwrotna formalnie.	161
9.5. Równanie falowe Blocha w przestrzeni odwrotnej.	163
10. Funkcje Wanniera i przybliżenie ciasnego wiązania	164
10.1. Funkcje Wanniera.	164
10.2. Uzupełnienie 1: przejście do bazy Wanniera jako transformacja unitarna i jej komplementarność do bazy Blocha.	165
10.3. Przybliżenie ciasnego wiązania dla pojedynczego pasma.	166
10.4. Uwaga: intuicyjna konstrukcja funkcji Blocha i Wanniera	168
10.5. Konkretny przykład 1: stany typu $1s$ w kryształach na sieci kwadratowej.	172
10.6. Uwaga 1: wybór poziomu odniesienia liczenia energii cząstek w pasmach oraz asymptotyczne zachowanie parametrów.	174
10.7. Konkretny przykład 2: topologia powierzchni Fermiego dla sieci kwadratowej	175
10.8. Cząstki i dziury.	176
10.9. Ogólna postać funkcji Wanniera dla pojedynczego pasma.	177
11. Model Kroniga-Penneya i studnie kwantowe.	179
11.1. Równanie falowe i warunki brzegowe.	180
11.2. Analiza rozwiązania modelu.	182
11.2.1. Zadanie.	184
11.3. Interpretacja modelu Kroniga-Penneya: studnie potencjału.	186
11.4. Uzupełnienie: równanie Mathieu.	187
12. Ogólne własności pasmowych stanów jednocząstkowych i sieci atomowych.	188
12.1. Masa efektywna jako tensor.	188
12.2. Symetria względem inwersji przestrzennej.	189
12.3. Symetria względem odwrócenia w czasie.	190
12.4. Hamiltonian z oddziaływaniem spin-orbita w pierwszym przybliżeniu: równa- nie Pauliego.	190
12.5. Ogólny hamiltonian dla pojedynczego elektronu w ciele stałym.	191
12.5.1. Uwaga 1: oddziaływanie spin-orbita typu Rashby.	191
12.5.2. Uwaga 2: nietrywialna postać sfery Fermiego dla cząstek z oddziały- waniem Rashby.	192
12.6. Klasyfikacja ciał stałych i typy wiązań chemicznych (dyskusja jakościowa)	193
12.7. Sieć i struktura krystaliczna: symetria struktur.	200
12.7.1. Sieci Bravais'go.	200
12.7.2. Do czego potrzebna jest symetria sieci?	203
12.8. Uwaga końcowa: stany pasmowe ze stanów atomowych raz jeszcze.	204

13. Grafen jako przykład układu kwantowego ściśle dwuwymiarowego.	206
13.1. Struktura elektronowa grafenu: charakterystyki ogólne.	207
13.2. Relacja dyspersji w przybliżeniu ciasnego wiązania.	209
13.3. Relacja dyspersji dla sieci plastra miodu w pobliżu punktów Diraca.	212
13.4. Uzupełnienie: modelowanie grafenu jako układu bezmasowych fermionów	214
13.5. Uwagi końcowe do części II.	215
 III Układy oddziałujących cząstek: ciecze kwantowe, spontaniczne złamanie symetrii, przejścia fazowe i własności kolektywne	217
14. Koncepcja kwazicząstki i wzbudzenia kolektywnego: teoria Landaua cieczy Fermiego.	219
14.1. Pojęcie kwazicząstki.	219
14.2. Teoria fenomenologiczna Landaua cieczy fermionów.	222
14.3. Własności fizyczne cieczy Fermiego - podsumowanie.	224
15. Magnetyzm jako stan kolektywny spinów atomowych	228
15.1. Elementarne podsumowanie.	228
15.2. Oddziaływanie wymienne według Diraca	229
15.2.1. Uwaga 1: oddziaływanie wymienne a pole efektywne (molekularne)	233
15.2.2. Uwaga 2: spontaniczne złamanie symetrii a fluktuacje kwantowe	233
15.2.3. Uwaga 3: proste oszacowanie temperatury krytycznej dla spinów Isinga	234
15.3. Równanie dynamiczne momentu magnetycznego i fale spinowe.	235
15.3.1. Ciekawa interpretacja	238
15.4. Fale spinowe w izolatorze ferromagnetycznym: podejście kwantowe*.	239
15.5. Fale spinowe w izolatorze antyferromagnetycznym*.	245
15.6. Magnetyzm spinowy: przybliżenie pola średniego i teoria Landaua	252
15.6.1. Koncepcja pola wymiennego i równanie na magnetyzację.	253
15.6.2. Niejednorodne pole wymienne i fluktuacje: przybliżenie ośrodka ciągłego.	255
15.6.3. Formalna równoważność rozwinięcia Landaua i przybliżenia średniego pola dla $T \rightarrow T_c$	257
15.6.4. Teoria Landaua ferromagnetycznych przejść fazowych.	260
15.6.5. Teoria pola średniego dla dwóch podsieci antyferromagnetycznych	263
15.6.6. Ważna uwaga końcowa.	265
16. Magnetyzm zdelokalizowanych elektronów: model Hubbarda	266
16.1. Model Hubbarda: omówienie jakościowe.	267
16.2. Uzupełnienie*: formalne wyprowadzenie modelu Hubbarda w reprezentacji II kwantowania	272
16.3. Wydzielenie części atomowej energii w modelu Hubbarda	275
16.4. Trzy podstawowe obszary fizyczne.	276
16.5. Energia pasmowa cząstek: stan paramagnetyczny.	278
16.6. Energia całkowita w przybliżeniu niezależnych cząstek: kryterium lokalizacji Motta-Hubbarda jakościowo.	281
16.7. Kryterium dynamiczne lokalizacji w obrazie niezależnych cząstek (jakościowo)	282
16.8. Moment magnetyczny średni i lokalny.	284

16.9. Kryterium Stonera i stan ferromagnetyczny jako stan o spontanicznie złamanej symetrii	284
17. Nadprzewodnictwo: teoria BCS	289
17.1. Pojedyncza para Coopera	290
17.1.1. Uwaga 1: funkcja falowa pary Coopera	293
17.1.2. Uwaga 2: para Coopera w reprezentacji II kwantowania	294
17.1.3. Uwaga 3: oszacowanie rozmiaru pary Coopera	295
17.1.4. Uwaga 4: zgrubne oszacowanie rozmiaru pary Coopera dla nadprzewodnika wysokotemperaturowego.	295
17.2. Teoria Bardeena-Coopera-Schrieffera (BCS).	296
17.2.1. Hamiltonian modelu z przyciągającym oddziaływaniem parującym	296
17.2.2. Kwazicząstki Bogoliubowa i równanie samouzgodnione na przerwę nadprzewodzącą	300
17.2.3. Równanie samouzgodnione na przerwę izotropową A	303
17.2.4. Korekta rozkładu wyjściowego Fermiego-Diraca w stanie nadprzewodzącym.	304
17.2.5. Energia stanu skondensowanego i inne charakterystyki dla $T = 0$ — oszacowania analityczne.	306
17.2.6. Oszacowanie przerwy A dla temperatur $T = 0$ oraz $T = T_c$	306
17.2.7. Temperaturowa zależność przerwy i rozwinięcie Landaua	308
17.2.8. Gęstość stanów kwazicząstkowych	310
17.2.9. Energia swobodna i ciepło właściwe przy $T \rightarrow T_c - 0$	312
17.2.10. Krytyczne spojrzenie na teorię BCS.	314
18. Makroskopowa funkcja falowa: teoria Ginzburga-Landaua	318
18.1. Krótkie podsumowanie.	318
18.2. Makroskopowa funkcja falowa jako parametr porządku	319
18.3. Minimalizacja funkcjonału $J^7, \{*(r), A(r); J\}$	320
18.3.1. Równanie Ginzburga-Landaua.	321
18.4. Elementarna dyskusja równania Ginzburga-Landaua.	323
18.4.1. Wnikanie pola magnetycznego do nadprzewodnika.	323
18.4.2. Przestrzennie jednorodne rozwiązanie dla parametru porządku	325
18.4.3. Przestrzennie niejednorodny profil parametru porządku i długości koherencji	325
18.4.4. Kwantowanie strumienia w pierścieniach nadprzewodzących.	327
18.4.5. Efekt Meissnera-Ochsenfelda: przybliżony obraz makro.	329
18.4.6. Interpretacja mikroskopowa makroskopowej funkcji falowej w teorii pola.	330
19. Model Hubbarda II: lokalizacja Motta-Hubbarda i prawie zlokalizowana ciecz Fermiego.	333
19.1. Lokalizacja Motta-Hubbarda: dyskusja elementarna dla $T = 0$	333
19.2. Interpretacja stanów skorelowanych w kategoriach stanów kwazicząstkowych	337
19.3. Termodynamiczne własności prawie zlokalizowanych fermionów i przejście Motta-Hubbarda dla niezerowej temperatury.	340
19.4. Rozwinięcie niskotemperaturowe w najniższym rzędzie dla prawie zlokalizowanej cieczy Fermiego.	341

19.5. Przejście nieciągłe Motta-Hubbarda dla niezerowej temperatury i punkty krytyczne	343
19.6. Efekty fizyczne w polu magnetycznym: podatność magnetyczna, spinowo zależne masy, metamagnetyzm*	346
19.6.1. Podatność magnetyczna blisko lokalizacji: $n = 1$	346
19.6.2. Spinowo rozszczepione masy: $n \neq 1$	349
19.6.3. Interpretacja mas zależnych od kierunku spinu	352
19.7. Znaczenie koncepcyjne i doświadczalne przejścia Motta-Hubbarda (metal-izolator) dla fizyki	353
19.7.1. Trójtlenek wanadu: $(\text{V}_{1-x}\text{Cr}_x)_2\text{O}_3$	353
19.7.2. Lokalizacja Motta w innych układach fizycznych	356
19.7.3. Bozony w sieci optycznej	358
19.7.4. Metamagnetyzm prawie zlokalizowanych fermionów	359
19.8. Wnioski	360
20. Silnie skorelowane fermiony: oddziaływanie kinetycznej wymiany i nadprzewodnictwo wysokotemperaturowe	362
20.1. Rola oddziaływania wymiennego: uwagi ogólne	362
20.2. Oddziaływanie kinetycznej wymiany dla izolatorów Motta-Hubbarda	363
20.3. Kinetyczna wymiana i model $t-J$ w przypadku ogólnym (I)	365
20.3.1. Uogólnienie: rozszerzony model Hubbarda	369
20.4. Model $t-J$ (II): parowanie w przestrzeni rzeczywistej	370
20.4.1. Ogólne własności parowania w przestrzeni rzeczywistej	371
20.4.2. Interpretacja nadprzewodzącego parowania w modelu $t-J$	374
20.5. Nadprzewodnictwo wysokotemperaturowe: model $t-J$	376
20.5.1. Charakterystyki ogólne nadprzewodników wysokotemperaturowych	376
20.5.2. Model $t-J$ (III): Od teorii do eksperymentu (omówienie)	380
20.5.3. Interpretacja wyników teoretycznych otrzymanych w przybliżeniu SGA	382
20.5.4. Model Hubbarda: systematyczne rozwinięcie diagramatyczne dla funkcji Gutzwillera (omówienie)	385
20.5.5. Model $t-J$ (IV): wyjście poza przybliżenie pola średniego	389
20.5.6. Model $t-J-U$ i jego porównanie z eksperymentem	392
20.7. Modele Hubbarda, $t-J$ oraz ich rozszerzenie w krótkiej perspektywie	395
20.8. Czego brakuje w opisie niekonwencjonalnego nadprzewodnictwa?	397
21. Epilog	399

Uzupełnienia

405

A. Drugie kwantowanie dla fermionów - podsumowanie	407
A.1. Reprezentacja liczb obsadzeń	408
A.2. Operatory i elementy macierzowe w reprezentacji II kwantowania	41
A.3. Spinorowa reprezentacja operatorów pola	41
A.4. Przykłady operatorów w reprezentacji II kwantowania	41
A.4.1. Operator liczby cząstek	41
A.4.2. Operator gęstości cząstek	41

A.4.3.	Operator spinu — pierwszy przykład nietrywialnego zastosowania re- prezentacji spinorowej.	416
A.4.4.	Operator kwadratu długości operatora spinu.	417
A.5.	Dynamika i ogólne własności operatorów pola	419
A.5.1.	Równanie Heisenberga i interpretacja operatora pola.	419
A.6.	Lokalna oś kwantowania spinu.	421
A.7.	Stany dwucząstkowe: singlet i tryplet spinowy - ćwiczenia.	422
A.8.	Przykłady wyrażeń na wielkości fizyczne.	424
A.8.1.	Operator pędu układu N cząstek.	424
A.8.2.	Hamiltonian nieoddziałujących cząstek.	425
B.	Modele w reprezentacji II kwantowania	428
B.1.	Ogólna postać hamiltonianu w II kwantowaniu.	428
B.2.	Model orbitalnie zdegenerowanych fermionów.	432
B.3.	Model sieci Andersona i granica sieci Kondo (model $s-d$).	434
C.	Zasadnicze elementy fizyki statystycznej wykorzystane w tekście - uwagi głównie metodologiczne	437
C. 1.	Uwaga o rozkładzie Boltzmanna.	437
C.2.	Rozkład kanoniczny (Gibbsa).	438
C.3.	Duży rozkład kanoniczny.	440
C.4.	Założenia teorii Landaua przejść fazowych.	442
C.5.	Kwantowe przejścia fazowe.	446
C.5.1.	Funkcjonał Landaua-Hertza.	447
D.	Transformacja kanoniczna modelu Hubbarda w model $t-J$.	450
E.	Fundamentalne własności układów nanoskopowych: krótkie podsumowanie.	454
E. 1.	Własności układów nano na przykładzie.	454
E.2.	Od nano do makro: emergentna funkcjonalność.	459
	Wykaz literatury.	461
	Skorowidz.	469
	Źródła zdjęć.	476