

Przedmowa.....	11
Spis oznaczeń.....	14
0. PO CO RACHUNEK WARIACYJNY W MECHANICE?.....	17
0.1. O dwóch sposobach opisywania zjawisk mechanicznych.....	17
0.2. Zasada prac przygotowanych jako narzędzie statyki analitycznej.....	18
0.3. Zasada Fermata jako prototyp całkowitej zasady wariacyjnej.....	21
0.4. Podstawowa idea rachunku wariacyjnego. Równanie Eulera-Lagrange'a.....	24
0.5. Zastosowanie zasady Hamiltona do modelowania drgań poprzecznych struny.....	26
0.6. Czym są metody bezpośrednie rachunku wariacyjnego?.....	28
1. PODSTAWY RACHUNKU WARIACYJNEGO.....	31
1.1. Terminologia.....	31
1.1.1. Rachunek wariacyjny.....	31
1.1.2. Funkcjonały.....	31
1.1.3. Funkcjonał najprostszy.....	32
1.1.4. Wariacja funkcji. Trzy rodzaje oznaczeń.....	33
1.1.5. Wariacja asynchroniczna.....	35
1.1.6. Bliskość krzywych.....	36
1.1.7. Rodzaje ekstremów.....	37
1.1.8. Ciągłość i liniowość funkcyjonału.....	39
1.1.9. Przyrost i wariacja funkcyjonału.....	40
1.2. Klasyczne i współczesne zagadnienia wariacyjne.....	41
1.2.1. Zagadnienia bezwarunkowe dla funkcyjonałów najprostszych.....	41
1.2.2. Zagadnienia bezwarunkowe dla funkcyjonałów wzbogaconych.....	44
1.2.3. Zagadnienia warunkowe.....	47
1.2.4. Zagadnienia z końcami nieustalonymi.....	51
1.2.5. Współczesne sformułowanie zagadnienia brachistochrony.....	53
1.3. Postępowanie wariacyjne.....	54
1.3.1. Warunek konieczny istnienia ekstremum funkcyjonału.....	54
1.3.2. Procedura szukania warunku koniecznego ekstremum funkcyjonału najprostszego.....	56
1.3.3. Lemat podstawowy rachunku wariacyjnego.....	57
1.3.4. Równanie Eulera-Lagrange'a i jego przypadki szczególne.....	58
1.3.5. Pochodna wariacyjna.....	62

2. ZAGADNIENIA WARIACYJNE W OGÓLNIJSZEJ POSTACI	64
2.1. Funkcjonały wzbogacone i równania ich ekstremal	64
2.1.1. Funkcjonał zależny od pochodnych wyższego rzędu	64
2.1.2. Funkcjonał zależny od wielu funkcji	66
2.1.3. Funkcjonał zależny od jednej funkcji dwóch zmiennych niezależnych	67
2.1.4. Funkcjonał zależny od funkcji zadanej w postaci parametrycznej	68
2.2. Zagadnienia wariacyjne na ekstrema warunkowe	71
2.2.1. Metoda nieoznaczonych mnożników Lagrange'a	71
2.2.2. Zagadnienie warunkowe z więzami algebraicznymi	74
2.2.3. Zagadnienie warunkowe z więzami różniczkowymi	78
2.2.4. Zagadnienie warunkowe z więzami całkowymi (izoperymetryczne)	80
2.3. Zagadnienia wariacyjne z końcami nieustalonymi	83
2.3.1. Wzór podstawowy na wariację funkcjonału	83
2.3.2. Zagadnienie z końcami swobodnymi	86
2.3.3. Zagadnienie z końcami ruchomymi	88
2.3.4. Naturalne warunki brzegowe	90
2.4. Ekstremale niegładkie. Warunki Weierstrassa-Erdmanna	96
2.5. Trzy typy zagadnień wariacyjnych	101
2.5.1. Sformułowanie zagadnień	101
2.5.2. Związki między poszczególnymi typami zagadnień	103
3. ZAGADNIENIA WARIACYJNE W ZMIENNYCH KANONICZNYCH	105
3.1. Zmienne kanoniczne	105
3.2. Postać kanoniczna równań Eulera-Lagrange'a	107
3.3. Całki pierwsze równań Eulera-Lagrange'a	109
3.4. Równanie Hamiltona-Jacobiego	110
3.5. Całka zupełna równania różniczkowego cząstkowego rzędu pierwszego	112
3.6. Twierdzenie Jacobiego	114
4. PODSTAWOWE POJĘCIA MECHANIKI ANALITYCZNEJ	120
4.1. Mechanika analityczna a niutonowska	120
4.2. Więzy i ich klasyfikacja	122
4.3. Współrzędne uogólnione i stopnie swobody	131
4.4. Przemieszczenia przygotowane	141
4.5. Przestrzeń w mechanice analitycznej	146
5. ENERGIA KINETYCZNA I POTENCJALNA	150
5.1. Energia kinetyczna układu mechanicznego	150
5.1.1. Punkt materialny	150
5.1.2. Ciało sztywne	152
5.1.3. Ciało odkształcalne	159
5.1.4. Płyn	163
5.2. Energia potencjalna elementów dyskretnych	164
5.3. Energia potencjalna ciał sprężystych	173
5.3.1. Najważniejsze fakty z teorii sprężystości w zapisie inżynierskim	173
5.3.2. Energia potencjalna elementu ciała w warunkach odkształcenia	176
5.3.3. Energia skręcania pręta o przekroju kołowym	178
5.3.4. Energia czystego zginania belki pryzmatycznej	179
5.3.5. Energia belki pryzmatycznej poddanej ścisłaniu-rozciąganiu	182
5.3.6. Całkowita energia potencjalna	182

5.4. Inne formy energii	184
5.4.1. Uwagi ogólne na temat energii	184
5.4.2. Kilka faktów z dziedziny mechaniki płynów.....	185
5.4.3. Energia wewnętrzna płynu.....	186
5.4.4. Energia płynu jako rezultat działania sił zewnętrznych.....	187
6. ZASADY WARIACYJNE.....	188
6.1. O zaletach sformułowania wariacyjnego	188
6.2. Rodzaje zasad wariacyjnych.....	192
6.3. Zasada prac przygotowanych.....	194
6.3.1. Zasada prac przygotowanych a równania równowagi statyki geometrycznej.....	194
6.3.2. Sformułowania ZPP dla ciał sztywnych.....	194
6.3.3. Sformułowanie ZPP dla ciał sprężystych.....	198
6.3.4. Uogólnienie ZPP na obiekty ruchome	202
6.4. Zasada Hamiltona-Ostrogradskiego.....	202
6.4.1. Wzmianka historyczna o całkowych zasadach wariacyjnych.....	202
6.4.2. Sformułowanie zasady Hamiltona dla układów potencjalnych	203
6.4.3. Sformułowanie zasady Hamiltona dla układów niepotencjalnych	206
6.4.4. Równania Lagrange'a II rodzaju jako konsekwencja zasady Hamiltona	208
6.4.5. Zasada Hamiltona a zasada najmniejszego działania.....	210
6.5. Przykłady zastosowań zasad wariacyjnych do modelowania ośrodków ciągłych.....	212
6.5.1. Modelowanie ciał sprężystych.....	212
6.5.2. Wyprowadzenie równania Eulera ruchu płynu	215
7. ELEMENTY MECHANIKI ANALITYCZNEJ W ZMIENNYCH KANONICZNYCH.....	218
7.1. Zmienne Lagrange'a a zmienne kanoniczne.....	218
7.2. Równania kanoniczne Hamiltona	220
7.3. Równania Hamiltona dla układów niepotencjalnych.....	226
7.4. Metoda Hamiltona-Jacobiego	228
8. ELEMENTY TEORII STEROWANIA OPTYMALNEGO.....	238
8.1. Wprowadzenie	238
8.1.1. Zagadnienie sterowania.....	238
8.1.2. Trzy przykłady wprowadzające	239
8.1.3. Mechanika a sterowanie.....	242
8.2. Model standardowy matematycznej teorii sterowania	243
8.2.1. Równanie stanu	243
8.2.2. Wskaźnik jakości (funkcja celu).....	246
8.2.3. Ograniczenia sterowania	250
8.2.4. Równanie wyjścia	252
8.3. Zasada maksimum Pontriagina (ZMP).....	253
8.3.1. Główne pojęcia metody Pontriagina	253
8.3.2. Sformułowanie zagadnienia sterowania optymalnego standardowego	254
8.3.3. Sformułowanie ZMP dla zagadnienia standardowego.....	256
8.3.4. Uwagi dotyczące stosowania ZMP	257
8.3.5. Sprowadzenie układu niestacjonarnego do stacjonarnego.....	260
8.3.6. Warunki transversalności	261
8.3.7. Przewodnik po zagadnieniach sterowania optymalnego	270
8.3.8. Zagadnienie sterowania ze wskaźnikiem Bolzy	271
8.3.9. Ujęcie oryginalne Pontriagina.....	273

8.4. Zagadnienie minimalno-czasowe	276
8.4.1. Sformułowanie zagadnienia	276
8.4.2. Sterowanie przekąźnikowe, czyli „bang-bang”	276
8.4.3. Sterowanie minimalno-czasowe układami liniowymi	277
8.4.4. Zagadnienie stabilizacji minimalno-czasowej	278
8.5. Zagadnienie minimalizacji zużycia paliwa	290
8.5.1. Sformułowanie zagadnienia	290
8.5.2. Sterowanie trójpoziomowe – zasada włączeń („on-off”)	292
8.5.3. Stabilizacja optymalna układów liniowych stacjonarnych	293
8.5.4. Sterowanie prostym układem mechanicznym	295
8.5.5. Inne ujęcia zagadnienia minimalizacji zużycia paliwa	306
8.6. Zagadnienie liniowo-kwadratowe	309
8.6.1. Sformułowanie zagadnienia dla wskaźnika jakości Bolzy	309
8.6.2. Różniczkowe równanie Riccatiego	311
8.6.3. Algebraiczne równanie Riccatiego (ARR)	314
8.6.4. Automatyczne projektowanie regulatorów	317
8.7. Programowanie dynamiczne Bellmana (PDB)	318
8.7.1. Zasada optymalności Bellmana	318
8.7.2. Równanie Hamiltona-Jacobiego-Bellmana	320
8.8. Związki między metodami wariacyjnymi	324
8.8.1. Wprowadzenie	324
8.8.2. Programowanie dynamiczne Bellmana a zasada maksimum Pontriagina	325
8.8.3. Zasada Pontriagina a rachunek wariacyjny	326
9. METODY PRZYBLIŻONE	330
9.1. Kilka uwag ogólnych o metodach przybliżonych	330
9.2. Metoda Ritza i metoda Galerkina	334
9.3. Metoda Kantorowicza	337
9.4. Wiadomości ogólne o MES	340
9.4.1. Relacja między MES a RW	340
9.4.2. Skrócony opis działań w ramach MES	341
9.4.3. MES a metoda Ritza	348
9.5. Metoda Trefftza	349
9.5.1. Wzmianka o metodzie elementów brzegowych	349
9.5.2. Istota metody Trefftza	351
Dodatki	
A. Teoria skręcania w ujęciu Prandtla	355
B. Równanie Poissona jako rozwiązanie zagadnienia wariacyjnego	358
C. Praca przygotowana momentu	360
D. Równoważność metod Ritza i Galerkina	362
E. Obliczanie energii i pracy przygotowanej na użytek MES	364
F. Wyprowadzenie pewnego związku całkowego	368
G. Krótkie notki biograficzne	369
Bibliografia	371
Skorowidz	374