

SPIS TREŚCI

I	Wstęp	1
1.	Wiadomości wstępne	2
1.1.	Opis płynu na różnych poziomach skal	2
1.1.1.	Opis mikroskopowy	3
1.1.2.	Opis mezoskopowy	3
1.1.3.	Opis makroskopowy	6
1.2.	Klasyfikacja równań różniczkowych cząstkowych	6
1.2.1.	Klasyfikacja ze względu na charakter nieliniowości	6
1.2.2.	Klasyfikacja ze względu na typ	7
1.2.3.	Przykłady równań	8
1.3.	Metody numeryczne w mechanice płynów	11
1.3.1.	Metody	11
1.3.2.	Cechy schematów dyskretyzacji równań	13
	Bibliografia	15
2.	Równania makroskopowe	16
2.1.	Równania zachowania	16
2.1.1.	Równanie zachowania masy	16
2.1.2.	Równanie zachowania pędu	16
2.1.3.	Równanie zachowania energii	17
2.2.	Ogólne równanie transportu	18
2.3.	Druga zasada termodynamiki	19
2.4.	Równania konstytutywne	20
2.4.1.	Mechaniczne równania konstytutywne	20
2.4.2.	Równania stanu	21
2.4.3.	Strumienie	22
2.5.	Szczególne postaci podstawowych równań	22
2.5.1.	Równanie Naviera-Stokesa	23
2.5.2.	Równanie Fouriera-Kirchhoffa	24
2.5.3.	Ogólne równanie transportu	24
2.6.	Warunki zgodności i fizyczne warunki brzegowe	25
2.6.1.	Warunki zgodności	25
2.6.2.	Fizyczne warunki brzegowe	26
2.7.	Przepływy wieloskładnikowe i wielofazowe	27
2.7.1.	Przepływy wieloskładnikowe	27
2.7.2.	Przepływy wielofazowe	27
	Bibliografia	28

3. Przepływy turbulentne	29
3.1. Wstęp	29
3.2. DNS	31
3.3. URAS i RAS	31
3.3.1. Tensor naprężeń Reynoldsa	31
3.3.2. Wybrane modele turbulencji dla hipotezy Boussmesaa	33
3.3.3. Równania Fouriera-Kirchhoffa	35
3.4. LES	35
3.5. DES	38
Bibliografia	39
4. Modelowanie złożonych zjawisk przepływowych	41
4.1. Przepływy z powierzchnią międzyfazową	41
4.2. Topnienie i krzepnięcie	43
4.3. Kawitacja	46
4.4. Przepływy nienewtonowskie i bioprzepływy	48
Bibliografia	50
 II Metody lagranżowskie	 51
5. Dynamika molekularna	52
5.1. Równanie ruchu	52
5.2. Potencjały	53
5.2.1. Potencjał Lennarda-Jonesa	53
5.2.2. Potencjał grawitacyjny	54
5.3. Współrzędne bezwymiarowe	54
5.4. Metody całkowania równania ruchu	55
5.4.1. Algorytm Eulera	55
5.4.2. Podstawowy algorytm Störmera-Verleta	56
5.4.3. Algorytm <i>leapfrog</i>	57
5.4.4. Prędkościowy algorytm Störmera-Verleta	58
5.4.5. Inne algorytmy	59
5.5. Warunki początkowe i brzegowe	60
5.5.1. Położenia początkowe	60
5.5.2. Prędkości początkowe	60
5.5.3. Warunki brzegowe	61
Bibliografia	61
6. Dynamika cząstek dyssypatywnych	62
6.1. Równanie ruchu	62
6.2. Określenie sił	63
6.3. Współrzędne bezwymiarowe	64
6.4. Całkowanie równania ruchu	64
Bibliografia	66

7. Hydrodynamika wygładzonych cząstek	67
7.1. Całkowa reprezentacja funkcji i jądro aproksymacji	67
7.2. Aproksymacja funkcji i operatorów różniczkowych	69
7.2.1. Funkcja	69
7.2.2. Gradient	69
7.2.3. Dywergencja	71
7.2.4. Laplasjan	71
7.3. Postaci podstawowych równań	72
7.3.1. Równanie zachowania masy	72
7.3.2. Równanie zachowania pędu	73
7.3.3. Równanie stanu	74
7.4. Jądro aproksymacji	75
7.4.1. Uwagi ogólne	75
7.4.2. Wybrane postaci jądra aproksymacji	76
7.4.3. Długość wygładzania	78
7.5. Warunki brzegowe	80
7.6. Algorytm	80
7.6.1. Zbiór sąsiadów cząstki	80
7.6.2. Dyskretyzacja równania ruchu	81
7.6.3. Dobór kroku całkowania	82
7.6.4. Inicjalizacja	82
7.6.5. Pseudokod	83
Bibliografia	84
8. Metoda siatkowa Boltzmanna	85
8.1. Podstawy kinetycznej teorii gazów	85
8.1.1. Gęstość rozkładu prawdopodobieństwa	85
8.1.2. Ciągłe równanie Boltzmanna	86
8.1.3. Operator zderzeń	87
8.1.4. Twierdzenie H Boltzmanna	88
8.1.5. Rozkład Maxwella-Boltzmanna	88
8.2. Równania zachowania a równanie Boltzmanna	89
8.2.1. Uśrednianie	89
8.2.2. Równania zachowania	90
8.2.3. Równanie stanu	92
8.3. Dyskretyzacja przestrzeni fazowej	93
8.3.1. Dyskretne równanie Boltzmanna	93
8.3.2. Kwadratury	93
8.4. Dyskretyzacja przestrzeni	96
8.5. Siatkowe równanie Boltzmanna	96
8.5.1. Siatka D1Q3	97
8.5.2. Siatka D2Q9	98
8.5.3. Siatki trójwymiarowe	98
8.5.4. Tensory siatkowe	99
8.6. Dyskretyzacja rozkładu Maxwella-Boltzmanna	100
8.6.1. Przybliżenie dla małych liczb Macha	100
8.6.2. Dyskretyzacja	101
8.7. Rozwinięcie Chapmana-Enskoga	101
8.8. Opis metody	106
8.8.1. Algorytm	106

8.8.2. Warunki brzegowe i początkowe	.108
Bibliografia	.109

III Metody eulerowskie 111

9. Metoda różnic skończonych	112
9.1. Schematy różnicowe	.112
9.1.1. Wzór Taylora	.112
9.1.2. Różnicowe odpowiedniki pochodnych	.113
9.2. Ogólne równanie transportu	.115
9.2.1. Równanie konwekcji	.116
9.2.2. Równanie dyfuzji	.121
9.2.3. Równanie konwekcji-dyfuzji	.126
9.3. Stabilność schematów dyskretyzacji	.128
9.3.1. Schemat FTCS	.129
9.3.2. Schemat FOU	.131
9.3.3. Schemat niejawny BTCS	.132
9.3.4. Schemat typu Cranka-Nicolson	.134
9.3.5. Schemat typu Laxa-Wendroffa	.135
9.3.6. Schemat typu Laxa-Friedrichsa	.136
9.4. Zgodność i zbieżność schematów dyskretyzacji	.137
9.4.1. Równanie zmodyfikowane	.137
9.4.2. Twierdzenie Laxa	.138
9.4.3. Zmodyfikowane równanie konwekcji	.138
9.5. Dyfuzja i dyspersja numeryczna	.140
9.5.1. Równania modelowe	.140
9.5.2. Równanie konwekcji	.141
9.5.3. Przykłady	.144
9.6. Równanie Naviera-Stokesa	.145
9.6.1. Metoda oparta na sformułowaniu wirowość-funkcja prądu	.147
9.6.2. Metoda sztucznej ścisłości	.148
9.6.3. Metoda projekcji	.149
9.6.4. Metoda dekompozycji operatorów	.152
9.6.5. Metoda ułamkowego kroku	.154
Bibliografia	.155
10. Metoda objętości skończonych	157
10.1. Ogólne równanie transportu	.157
10.1.1. Dyskretyzacja przestrzenna	.157
10.1.2. Dyskretyzacja czasowa	.179
10.1.3. Układ równań liniowych	.182
10.1.4. Warunki brzegowe	.184
10.2. Równanie Naviera-Stokesa	.187
10.2.1. Dyskretyzacja równania	.187
10.2.2. Algorytm PISO	.191
10.2.3. Algorytm SIMPLE	.193
10.2.4. Algorytm PIMPLE	.195
10.3. Wybrane równania turbulencji	.196
10.3.1. Model $k-\epsilon$	.196

Spis treści	Jl
10.3.2. Model k -uj.	200
10.4. Dyskretyzacja obszaru obliczeniowego.	202
10.4.1. Typowe objętości skończone.	202
10.4.2. Typy siatek	203
10.4.3. Jakość siatek	205
Bibliografia	207